



UNIVERSITÄT ZU LÜBECK  
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND  
IMAGE COMPUTING

# The Moving Mesh Approach for Cardiac Image Registration

*Der Moving Mesh Ansatz zur Registrierung von Herzdaten*

## Masterarbeit

im Rahmen des Studiengangs  
Mathematik in Medizin und Lebenswissenschaften  
der Universität zu Lübeck

## Vorgelegt von

Martje Buhr

## Ausgegeben und betreut von

Prof. Dr. rer. nat. Jan Lellmann  
Institute of Mathematics and Image Computing

## Mit Unterstützung von

Pia Schulz, M.Sc. und Johannes Bostelmann, M.Sc.  
Institute of Mathematics and Image Computing

21.08.2024

# Abstract

Cardiovascular diseases are the leading cause of death worldwide. Cardiac image registration is a valuable tool for analysing cardiac health and detecting cardiac diseases. Many state-of-the-art registration algorithms use iterative optimisation between images and do not benefit from the advantages offered by machine learning.

In this thesis, we implement, extend, and validate the learning-based moving mesh approach for deformable cardiac image registration as proposed by Sheikhjafari et al. Besides the original U-Net-based architecture, we also extend the method by replacing the U-Net with an implicit neural representation. A crucial part of the moving mesh approach is the constraining of the monitor function that parameterises the deformation field. To address this, we investigate a custom activation function to enforce one of two constraints on the monitor function.

Additionally, we evaluate four methods, including a newly developed scaling method, for enforcing the second constraint on the monitor function. In order to solve the resulting Poisson equations, we implement a Fast Fourier-based solver and validate its efficiency, robustness, and accuracy. The overall method is evaluated on a benchmark data set.

# Kurzfassung

Kardiovaskuläre Krankheiten stellen die weltweit führende Todesursache dar. Bildregistrierung von Aufnahmen des menschlichen Herzens ist ein wertvolles Instrument, um Herzerkrankungen zu entdecken. Viele aktuelle Registrierungsverfahren basieren auf iterativen Optimierungsverfahren und profitieren daher noch nicht von den Vorteilen des maschinellen Lernens. In dieser Arbeit wird ein von Sheikhjafari et al. vorgeschlagener lernbasierter Moving Mesh-Ansatz zur deformierbaren Registrierung kardialer Daten implementiert, erweitert und validiert.

Neben dem ursprünglichen U-Net-basierten Ansatz wird auch eine implizite neuronale Erweiterung vorgestellt. Ein zentraler Teil des Moving Mesh-Ansatzes ist das Beschränken der Monitorfunktion, die das Deformationsfeld parametrisiert. Zu diesem Zweck wird eine neue Aktivierungsfunktion entwickelt, die eine der beiden erforderlichen Bedingungen erzwingt.

Weiterhin untersuchen wir vier Ansätze – einschließlich einer neu entwickelten Skalierungsmethode – um die zweite Bedingung sicherzustellen. Um die auftretenden Poissongleichungen zu lösen, wird ein Fast Fourier-basierter Löser implementiert und hinsichtlich Effizienz, Robustheit und Genauigkeit analysiert. Das vollständige Registrierungsverfahren wird auf einem Benchmark-Datensatz evaluiert.

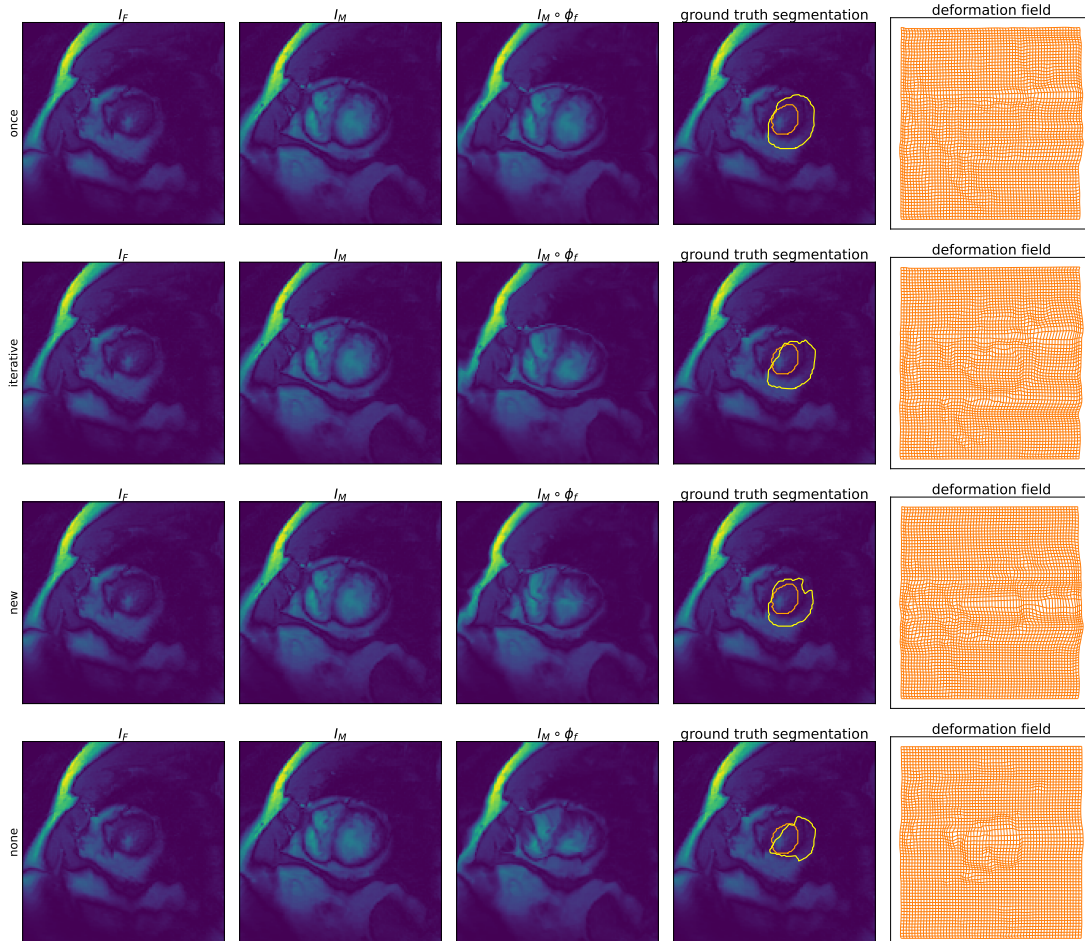


Figure 1.1: Registration results for the Sunnybrook Cardiac Data with a U-Net using the four different methods for constraining the monitor function and 10 ODE steps. Each row represents one constraining method. Top to bottom: scaling once, constraining iteratively, new scaling method, no constraining. The first column shows the fixed image, the second column the moving image. In the third column, the deformed moving image after registration is displayed. The fourth column shows the segmentation masks of the deformed moving image (yellow) and the segmentation of the fixed image (orange), which should ideally agree. The deformation fields are displayed in the final column. The four different methods lead to differing registration results. While the scaling once and the iterative method show similar results, the other two methods show varying segmentations. The no constraining method shows as expected less smooth results.

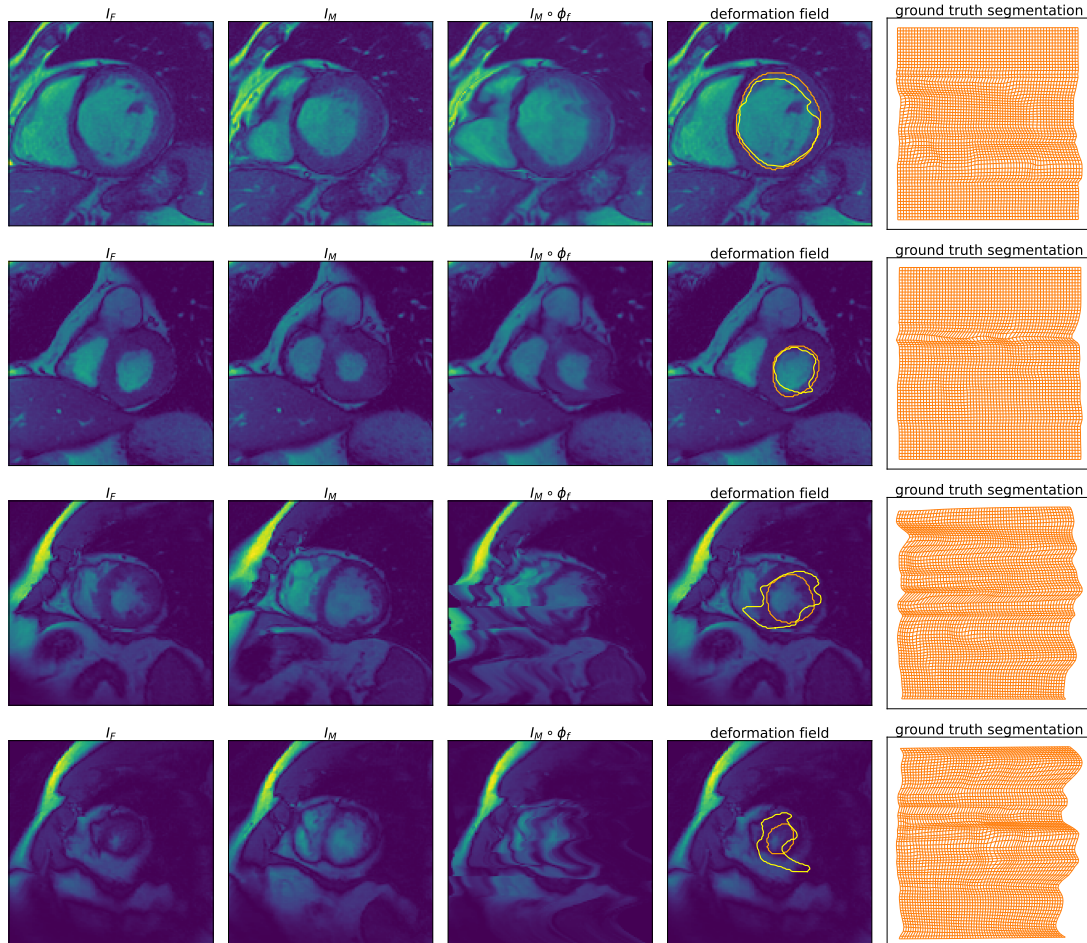


Figure 1.2: Registration results for the Sunnybrook Cardiac Data with INR using the new constraining method for the monitor function and 10 ODE steps, compare figure 1.1. The first two rows show examples of good registration results, while the last two rows show examples where the method performed worse. The deformation fields of the last two rows are clearly not diffeomorphic. They show strong irregularities from the expected rather round shape of the LV, leading to implausible results.